

IKO-2025 MATHEMATICS
Preliminary Round
Category 6, grades 11–12.

1. Упростите выражение: $\frac{2x^2 + (4a - 6b - 1)x - 2a + 3b}{x^2 + (3a - 4b)x + 2a^2 - 5ab + 3b^2}$

A) $\frac{2x-1}{x-a+b}$ B) $\frac{2x+1}{x-a+b}$ C) $\frac{2x+1}{x+a-b}$ D) $\frac{2x-1}{x+a-b}$

2. Упростите:

$$a(a-b-c)^2 + b(a-b+c)^2 + c(a+b-c)^2 - (a-b-c)(a-b+c)(a+b-c)$$

A) $4abc$ B) $2abc$ C) $-2abc$ D) 0

3. Упростите выражение: $\sqrt[3]{\sqrt{4}-1} + \sqrt[3]{\sqrt{16}-\sqrt{4}}$

A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[3]{4}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2

4.
$$\begin{cases} x + \sqrt{\frac{x}{x+y}} = \frac{42}{x+y} \\ xy - x = 16 \end{cases} \Rightarrow 2x + 3y = ?$$

A) 15 B) 8 C) 25 D) 23

5. 2 ученика начали читать одинаковую 120 страничную книгу. Первый каждый день на 2 страницы опережает второго и закончил читать книгу на 5 дней раньше. За сколько дней прочел книгу второй ученик?

A) 15 B) 6 C) 20 D) 8

6. Найдите сумму корней уравнения:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3} = \frac{6}{x+6}$$

A) $12/5$ B) $6/5$ C) 3 D) $18/5$

7. Найдите все p , при которых корни уравнения $x^2 + px + 1 = 0$ удовлетворяют неравенству $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} > 2024$.

A) $(-\infty; -\sqrt{2026})$ B) $(-\sqrt{2026}; 2\sqrt{2026})$

C) $(\sqrt{2026}; +\infty)$ D) $(-\infty; -\sqrt{2026}) \cup (\sqrt{2026}; +\infty)$

8. Если $3^{f(x)} = x^2$, то вычислите $f(81)$.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8

9. У ромба $ABCD$, стороной 6, угол $\angle A = 60^\circ$. Высоты, опущенные с вершины D на стороны AB и BC , пересекают диагональ AC в точках E и F . Найдите квадрат длины отрезка EF .

A) 8 B) 12 C) 9 D) 10 E) 11

10. Решите неравенство: $\sin^8 x + \cos^8 x \geq \frac{17}{32}$

A) $\left[-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k\right]$ B) $\left[-\frac{\pi}{8} + \pi k; \frac{\pi}{8} + \pi k\right]$

C) $\left[-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right]$ D) $\left[-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}\right]$

11. $\begin{cases} a, b, c, d > 0 \\ b^2 = ac \\ c^2 = bd \end{cases} \Rightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} - \frac{a}{d} = ?$

A) 1 B) 0 C) нельзя определить D) 2

12. Вычислите выражение:

$$\frac{(10^4 + 324)(22^4 + 324)(34^4 + 324)(46^4 + 324)(58^4 + 324)}{(4^4 + 324)(16^4 + 324)(28^4 + 324)(40^4 + 324)(52^4 + 324)}$$

A) 3730 B) 373 C) 337 D) 3370

13. Найдите сумму корней уравнения:

$$\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} = 1$$

A) 13 B) 3 C) 2 D) 1

14. Если многочлен $P(x) = (x - c)(x + d)(x - 2)$ разделить на трехчлен $x^2 - 9$ остается остаток $2x + 4$, то найдите разность $d - c$.

A) -19/5 B) -8/5 C) 8/5 D) 19/5

15. Вычислите для x больше 1:

$$\sqrt{2x + 2\sqrt{2x-1}} - \sqrt{2x - 2\sqrt{2x-1}} = ?$$

A) 1 B) 2 C) $2x-1$ D) $2x$

16. $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - x + 1} \Rightarrow y_{\max} + y_{\min} = ?$

A) 2 B) 1 C) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

17. Если для действительных чисел a, b верно $A = a^2 - b^2$ и $B = ab$, то выразите a через A и B .

A) $\pm\sqrt{A + \sqrt{A^2 + 4B^2}}$ B) $\pm\sqrt{\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + 2B^2}}$ C) $\pm\sqrt{\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{2} + B^2}}$ D) $\pm\sqrt{\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + B^2}}$

18. Если $g(x) = (x^2 - 1)f(x^2 + 6x)$, то вычислите $g'(-3) = ?$

A) $3f(3)$ B) $6f(3)$ C) $9f(9)$ D) $-6f(-9)$

19. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = BC = 7$, $CD = 5$, $AD = 3$ и $\angle ABC = 60^\circ$. Найдите длину отрезка BD .

A) 8 B) 10 C) 12 D) 15

20. Если отрезок, удовлетворяющий неравенству $a \leq \frac{2x-3}{2} - \frac{3x-1}{5} \leq b$, равен 10, то найдите длину отрезка $[a; b]$.

A) 10 B) 6 C) 4 D) 3