

# IKO-2025 MATHEMATICS

## Preliminary Round

### Category 5, grades 9–10.

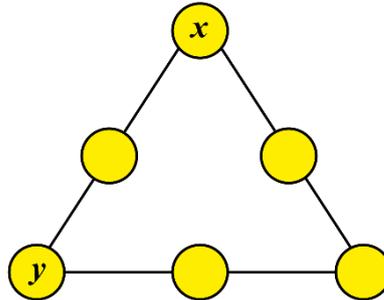
1. Сумма числителя и знаменателя дроби равна 2024, и ее значение меньше  $1/2$ . Найдите наибольшую дробь, удовлетворяющую этому условию.

- A)  $504/1508$  B)  $674/1350$  C)  $1/4$  D)  $403/1619$

2. Сумма всех чисел от 1 до  $A$  равна числу, образованному последними тремя цифрами в записи числа  $A$ . Определите сумму всех возможных значений  $A$

- A) 2025 B) 2023 C) 2000 D) 1999

3. Числа 7, 9, 11, 13, 15, 17 написаны в кругах, при этом сумма чисел на каждый трех сторонах треугольника равна 35. Тогда  $x + y + z = ?$



- A) 25 B) 26 C) 27 D) 33 E) 36

4. Сколькими нулями оканчивается сумма?

$$2024! + \dots + 9999!$$

- A) 505 B) 504 C) 503 D) 502

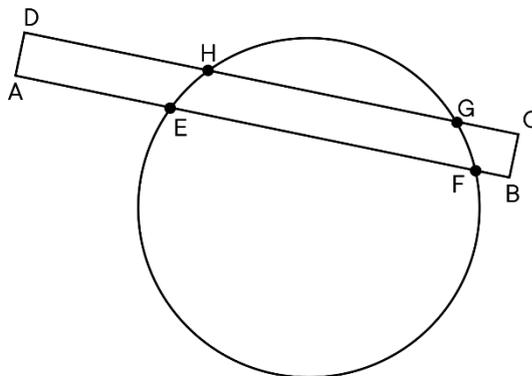
5. При скольких значениях  $x$  число  $x^x$  является полным квадратом для натурального числа  $1 \leq x \leq 2024$ .

- A) 2024 B) 1034 C) 1033 D) 1012

6. Найдите сумму цифр наименьшего значения натурального числа  $N$ , где число  $N-1$  на 19, а число  $N+1$  на 96 делится без остатка.

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13

7. Прямоугольник  $ABCD$  пересекает окружность в точках  $E, F, G, H$  как показано на рисунке. Если  $AE=3$ ,  $DH=4$  и  $GH=5$ , найдите  $EF=?$



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

8. Найдите наибольшее значение  $a$ , при котором имеется хотя бы 1 действительный корень в каждом из уравнений:  $x^2 + ax + 1$  и  $x^2 + x + a = 0$ .

- A) 3 B) 2 C) 1 D) -2

9. Какое наибольшее количество шахматных коней, не бьющих друг друга, можно расставить на доске  $8 \times 8$ ?

- A) 45 B) 36 C) 32 D) 24

10. Сколько натуральных решений имеет уравнение  $a! + b! + c! = d!$ ?

- A) не имеет решений B) 1 C) 2 D) бесконечно много

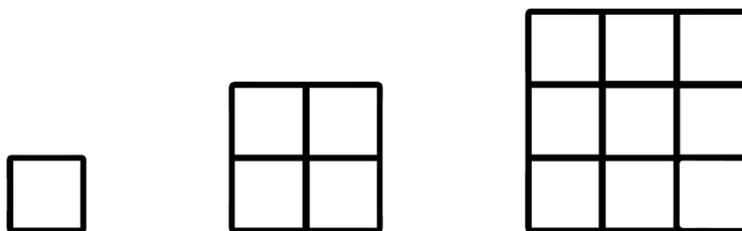
11. На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  треугольника  $ABC$  точки  $D$ ,  $F$ ,  $E$  соответственно взяты так, что  $AD=DB=BF=15$ ,  $FC=CE=AE=25$ . Тогда, найдите площадь треугольника  $DEF$ .

- A) 120 B) 150 C) 200 D) 300

12. На доске написано 2022-значное число. Число, образованное любыми последовательными 2-мя цифрами этого числа делится либо на 17, либо на 23 без остатка. Если последняя цифра этого числа 1, то найдите первую цифру.

- A) 7 B) 4 C) 3 D) 2

13. Последовательность квадратов состоит из одинаковых квадратных плиток. Край каждого квадрата на одну плитку длиннее края предыдущего квадрата. Показаны первые три квадрата. На сколько больше плиток нужно для седьмого квадрата, чем для шестого?



- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14

14. Найдите первую цифру наименьшего числа, являющегося квадратом целого числа, большего 1, количество натуральных делителей которого является квадратом целого числа.

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

15. Сколько 4-х значных чисел существует, где все цифры разные и делится на 5?

- A) 792 B) 789 C) 900 D) 952

16. Найдите сумму всех целых  $n$ , где каждое из которых представляет сумма  $16n+9$  ва  $9n+16$  является полным квадратом

- A) 29 B) 53 C) 37 D) 42

17. Найдите сумму всех возможных значений функции  $f(x) = x^2 - 4x + 100$ , где число  $x$  может принимать значения от 1 до 100.

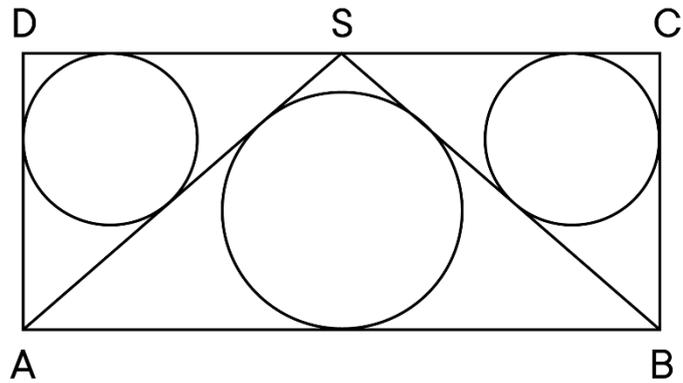
- A) 32083 B) 320853 C) 32853 D) 328053

18. Найдите сумму всех действительных корней данного уравнения:

$$6x^4 + x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$$

- A) 5/6 B) 1/4 C) 1/6 D) -1/6

19. В  $ABCD$  прямоугольнике  $S$  середина стороны  $CD$ . Радиусы вписанных окружностей в треугольники  $ADS$  и  $BCS$  равны 3, и радиус окружности вписанного в треугольник  $ASB$  равен 4. Найдите периметр прямоугольника.



A) 72 B) 70 C) 68 **D) 66**

20. В треугольнике  $ABC$ ,  $AB=5$ ,  $AC=8$  и  $BC=7$ . На стороне  $AC$  точка  $D$  взята так, что  $AD=5$  и  $CD=3$ . Пусть точка  $I$  является центром вписанной окружности в треугольник  $ABC$ .  $E$  точка пересечения серединных перпендикуляров отрезков  $ID$  и  $BC$ . Если  $DE = \frac{a\sqrt{b}}{c}$ , то числа  $a$  и  $c$  взаимно простые, и число  $b$  не кратно никакому квадрату простого числа. Тогда, найдите значение суммы  $a + b + c$ .

A) 25 B) 17 **C) 13** D) 12