



Category 6, grades 11 – 12

1. If  $\log_2 3 = a$  and  $\log_3 5 = b$ , what is the value of  $\log_2 60$  in terms of  $a$  and  $b$ ?

Если  $\log_2 3 = a$  и  $\log_3 5 = b$ , то каково значение  $\log_2 60$  в терминах  $a$  и  $b$ ?

- A)  $2b + a$     B)  $a + b - 1$     C)  $ab + a + 2$     D)  $ab + 2$     E) None of the preceding

2. How many integer values for  $n$  make  $n^{18/n}$  have an integer value?

Сколько целочисленных значений для  $n$  приводят к тому, что  $n^{18/n}$  имеет целочисленное значение?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 12

3. The sum of the first 20 terms of an arithmetic sequence which has first term 1 is equal to the sum of the first 10 terms of an arithmetic sequence which has first term 10. If positive integers  $x$  and  $y$  are the respective common differences of the sequences, what is the minimum value of  $x + y$ ?

Сумма первых 20 членов арифметической последовательности с первым членом 1 равна сумме первых 10 членов арифметической последовательности с первым членом 10. Если положительные целые числа  $x$  и  $y$  являются соответствующими общими разностями последовательностей, то каково минимальное значение  $x + y$ ?

- A) 35    B) 38    C) 40    D) 43    E) None of the preceding

4. What is the remainder when  $1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + 2019^4$  is divided by 16?

Какой остаток получается когда  $1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + 2019^4$  делится на 16?

- A) 2    B) 4    C) 6    D) 8    E) 14

5. Let  $x$ ,  $y$ , and  $z$  be three numbers randomly picked with replacement from the set  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , what is the probability that  $xz + y$  is even number?

Пусть  $x$ ,  $y$  и  $z$  - три числа, случайно выбранные с заменой из множества  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , какова вероятность того, что  $xz + y$  - четное число?

- A)  $\frac{2}{5}$     B)  $\frac{23}{25}$     C)  $\frac{39}{125}$     D)  $\frac{64}{125}$     E)  $\frac{59}{125}$

6. Suppose  $x$  and  $y$  are real numbers that satisfy  $2x^2 - 3y = -\frac{17}{2}$  and  $y^2 - 4x = 7$ . Find the value of  $x + y$ .

Предположим, что  $x$  и  $y$  - вещественные числа, удовлетворяющие условиям

$2x^2 - 3y = -\frac{17}{2}$  и  $y^2 - 4x = 7$ . Найдите значение  $x + y$ .

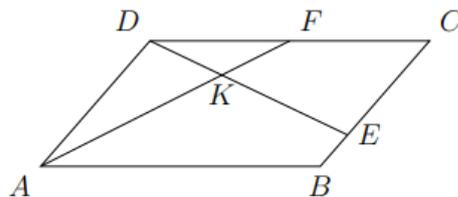
- A)  $\frac{7}{2}$     B)  $\frac{5}{4}$     C)  $\frac{3}{2}$     D)  $\frac{1}{4}$     E) None of the preceding

7. Suppose you have 98 identical real coins and 3 identical fake coins that look like real coins but are lighter in weight. By using only an equal-arm scale, what is the least number of weighings required to find 25 real coins?

Предположим, у вас есть 98 одинаковых настоящих монет и 3 одинаковые фальшивые монеты, которые выглядят как настоящие, но имеют меньший вес. Используя только равноплечие весы, какое наименьшее количество взвешиваний необходимо для нахождения 25 настоящих монет?

A)2 B)3 C)4 D)5 E)None of the preceding

8.  $ABCD$  is a parallelogram.  $E$  and  $F$  are two points on  $BC$  and  $CD$ , respectively. If  $CE = 3BE$ ,  $CF = DF$ ,  $DE \cap AF = \{K\}$  and  $KF = 6$ , find  $AK$ .



$ABCD$  – параллелограмм.  $E$  и  $F$  – две точки на  $BC$  и  $CD$  соответственно. Если  $CE = 3BE$ ,  $CF = DF$ ,

$DE \cap AF = \{K\}$  и  $KF = 6$ , найдите  $AK$ .

A)10 B)12 C)14 D)15 E)16

9. Suppose  $a$  and  $b$  are real numbers such that  $ab^2 = 1$  and  $a^3 + 3b^3 = 4$ . What is the product of all possible values of  $a^3 + b^3$ .

Предположим, что  $a$  и  $b$  – действительные числа, такие, что  $ab^2 = 1$  и  $a^3 + 3b^3 = 4$ . равно произведение всех возможных значений  $a^3 + b^3$ .

A)7 B)9 C)13 D)14 E)None of preceding

10. An  $EZ$  number is defined as any positive integer with the following properties:

- ◆ It has at least two digits.
- ◆ All its digits are the same.
- ◆ It has exactly 4 positive divisors

For example:  $111 = 3 \times 37$  is an  $EZ$  number. How many  $EZ$  number less than  $10^5$ ?

Число  $EZ$  определяется как любое целое положительное число со следующими свойствами:

- \*Имеет не менее двух цифр.
- \*Все его цифры одинаковы.
- \*Оно имеет ровно 4 положительных делителя.

Например:  $111 = 3 \times 37$  – это число  $EZ$ . Сколько число  $EZ$  меньше  $10^5$  ?

A)22 B)18 C)24 D)16 E)None of preceding

11. Suppose  $a$  and  $b$  represent positive numbers. Of the two numbers,  $a$  is the smaller and  $b$  the larger. What number represents the point two third of the way between  $a$  and  $b$  on a number line?

Предположим, что  $a$  и  $b$  – положительные числа. Из этих двух чисел  $a$  меньше, а  $b$  больше. Какое число обозначает точку, находящуюся на расстоянии двух третей пути между  $a$  и  $b$  на числовой прямой?

- A)  $\frac{a+b}{3}$  B)  $\frac{a+2b}{3}$  C)  $\frac{3a+b}{3}$  D)  $\frac{2a+2b}{3}$  E) None of the preceding

12. In a convex pentagon  $ABCDE$ ,  $m\angle A = 40^\circ$ ,  $m\angle B = m\angle E$  and  $m\angle C = m\angle D$ . What is the sum of the measures of  $\angle B$  and  $\angle C$ ?

В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$   $m\angle A = 40^\circ$ ,  $m\angle B = m\angle E$ ,  $m\angle C = m\angle D$ . Чему равна сумма  $\angle B$  и  $\angle C$ ?

- A)  $225^\circ$  B)  $230^\circ$  C)  $240^\circ$  D)  $250^\circ$  E) cannot be determined

13. If  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  are whole numbers, for some positive integer  $n$ , such that

$$2^{x_1} + 2^{x_2} + \dots + 2^{x_n} = 160000.$$

Если  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  – неотрицательные целые числа, для некоторого целого положительного числа  $n$ , такие, как  $2^{x_1} + 2^{x_2} + \dots + 2^{x_n} = 160000$

$$2^{x_1} + 2^{x_2} + \dots + 2^{x_n} = 160000$$

Find the value of  $x_1 + x_n$ .

Найдите значение  $x_1 + x_n$ .

- A) 36 B) 32 C) 28 D) 25 E) 24

14. Suppose  $BD$  bisects  $\angle ABC$   $BD = 3\sqrt{5}$ ,  $AB = 8$ , and  $DC = \frac{3}{2}$ . Find  $AD + BC$

Предположим, что  $BD$  пересекает  $\angle ABC$  и  $BD = 3\sqrt{5}$ ,  $AB = 8$ , а  $DC = \frac{3}{2}$ . Найдите  $AD + BC$

- A) 8 B) 20 C) 16 D)  $8 + 3\sqrt{5}$  E) None of preceding

15. As  $n$  ranges over all positive integers, how many distinct values can be found for the greatest common divisor of  $6n + 15$  and  $10n + 21$ ?

Поскольку  $n$  охватывает все целые положительные числа, сколько различных значений можно найти для наибольшего общего делителя  $6n + 15$  и  $10n + 21$ ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6