

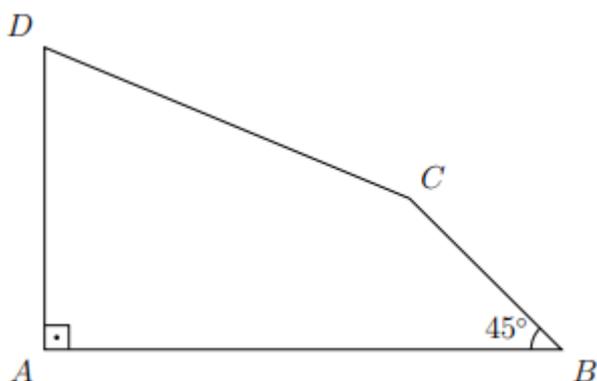


Category 5, grades 9 – 10

1.  $ABCD$  is a quadrilateral with  $AB \perp AD$ .  $m\angle ABC = 45^\circ$ ,  $BC = 5\sqrt{2}$ ,  $AD = 10$  and  $AB = 17$ . Find  $DC$ .

$ABCD$  - четырехугольник, у которого  $AB \perp AD$ .

$m\angle ABC = 45^\circ$ ,  $BC = 5\sqrt{2}$ ,  $AD = 10$  и  $AB = 17$ . Найдите  $DC$ .



- A)  $8\sqrt{2}$     B) 12    C)  $9\sqrt{2}$     D) 13    E) None of the preceding
2. How many digits are in the number  $125^4 \cdot 64^2$ ?
- Сколько цифр в числе  $125^4 \cdot 64^2$ ?
- A) 10    B) 11    C) 12    D) 13    E) 14
3. What positive integer  $n$  satisfies the following equation?
- Какое целое положительное число  $n$  удовлетворяет следующему уравнению?
- $$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{16}$$
- A) 4    B) 8    C) 9    D) 12    E) 16
4. Let  $N = 12345678910111213 \dots 394041$  be the 73-digit number obtained by writing the integers from 1 to 41 in order, one after the other. What is the remainder when  $N$  is divided by 9?

Пусть  $N = 12345678910111213 \dots 394041$  - это 73-значное число, полученное путем записи целых чисел от 1 до 41 по порядку, одно за другим. Какой остаток получается при делении  $N$  на 9?

- A) 1    B) 5    C) 6    D) 7    E) 9

5. The sides of a triangle have lengths 7, 14, and  $c$ . For how many positive  $n$  integer values of  $c$  is the triangle acute?

Стороны треугольника имеют длины 7, 14 и  $c$ . При скольких целых положительных значениях  $c$ , треугольник является остроугольным?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

6. The sum of three positive integers is 532. How many zeros, at most, does the product of those three numbers end with?

Сумма трех положительных целых чисел равна 532. Сколько нулей, максимум, будет в произведении этих трех чисел?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

7. How many positive integers less than 2019 are multiples of 3 or 4 but not 5?

Сколько целых положительных чисел меньше 2019 являются кратными 3 или 4, но не 5?

- A) 702 B) 807 C) 917 D) 927 E) None of the preceding

8. How many real number solutions does the equation  $5^x x^2 + 125 = 5^{x+2} + 5x^2$  have?

Сколько решений из действительных чисел имеет уравнение  $5^x x^2 + 125 = 5^{x+2} + 5x^2$ ?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 E) Infinitely many, Бесконечно много

9. What is the minimum value of  $x + y + z + t$  where  $x, y, z$  and  $t$  are positive Integers satisfying  $3^{8x} + 3^{5y} + 3^{12z} = 3^{19t}$ ?

Каково минимальное значение  $x + y + z + t$ , где  $x, y, z$  и  $t$  - целые положительные числа, удовлетворяющие условию  $3^{8x} + 3^{5y} + 3^{12z} = 3^{19t}$ ?

- A) 165 B) 166 C) 167 D) 168 E) None of preceding

10. In how many ways can a blank  $3 \times 3$  grid be filled with the integers from 1 to 9 so that squares containing consecutive integers are adjacent (i.e., have a common edge)?

Hint: Of the three examples below, *A* and *B* satisfy the given conditions, while *C* does not because the squares containing 1 and 2 are not adjacent!

Сколькими способами можно заполнить пустую сетку  $3 \times 3$  целыми числами от 1 до 9 так, чтобы квадраты, содержащие последовательные целые числа, были смежными (т.е. имели общий край)? Подсказка: Из трех приведенных ниже примеров *A* и *B* удовлетворяют заданным условиям, а *C* - нет, потому что квадраты, содержащие 1 и 2, не являются смежными!

9	8	7
2	1	6
3	4	5

**A**

7	8	9
6	5	4
1	2	3

**B**

1	3	2
6	5	4
7	8	9

**C**

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) None of preceding

11. In the following multiplication problem, each of the letters A, B and C represents a different digit between 1 and 9, inclusive. What is A?

В следующей задаче на умножение каждая из букв A, B и C представляет разные цифры от 1 до 9 включительно. Какое значение A?

$$\begin{array}{r} \phantom{\times} \phantom{C} \phantom{A} \phantom{C} \phantom{1} \\ \phantom{\times} \phantom{C} \phantom{A} \phantom{C} \phantom{1} \\ \times \phantom{C} \phantom{A} \phantom{C} \phantom{1} \\ \hline C \phantom{A} \phantom{C} \phantom{1} \end{array}$$

- A) 2    B) 4    C) 5    D) 8    E) 9
12. How many 4-digit positive integers containing only odd digits are divisible by 5?  
Сколько четырехзначных натуральных чисел, содержащих только нечетные цифры, делится на 5?  
A) 100    B) 125    C) 250    D) 500    E) 625
13. Rhombus  $ABCD$  has  $AB = 6$  and  $ABC = 60^\circ$ . Point  $P$  is chosen in order to minimize the sum of the distances from  $P$  to each of the points  $A, B, C$  and  $D$ . What is  $PA + PB + PC + PD$ ?  
Ромб  $ABCD$  имеет  $AB = 6$  и  $ABC = 60^\circ$ . Точка  $P$  выбрана так, чтобы минимизировать сумму расстояний от  $P$  до каждой из точек  $A, B, C$  и  $D$ . Какое значение  $PA + PB + PC + PD$ ?  
A)  $3+3\sqrt{3}$     B) 6    C)  $6+3\sqrt{3}$     D)  $6+6\sqrt{3}$     E) 18
14. Richard's average bowling score in a league is 180. Today, he bowled three league games and scored 193, 207 and 200, which raised his average to 182. Including the games bowled today, how many league games has Richard bowled thus far?  
Средний результат Ричарда в боулинге в лиге — 180. Сегодня он сыграл в боулинге три игры в лиге и набрал 193, 207 и 200 очков, что увеличило его средний результат до 182. Включая сегодняшние игры, сколько игр в лиге провел Ричард на данный момент?  
A) 24    B) 27    C) 30    D) 33    E) 36
15. Alice writes down a list of whole numbers beginning with 1. To generate the next number in the list, she either adds 6 to the previous number, or she multiplies the previous number by 4. For example, her list could be the sequence 1, 7, 28, 34, 40, 160, ... Which of the following numbers cannot appear in Alice's list?  
Алиса записывает список целых чисел, начиная с 1. Чтобы получить следующее число в списке, она либо прибавляет 6 к предыдущему числу, либо умножает предыдущее число на 4. Например, ее список может быть последовательностью 1, 7, 28, 34, 40, 160. Какое из следующих чисел не может быть в списке Алисы?  
A) 109    B) 151    C) 244    D) 335    E) 412